Beta-Verteilung (standardisiert)

Wechseln zu:Navigation, Suche

Dieser Artikel erfüllt die GlossarWiki-Qualitätsanforderungen **nur teilweise**:

Korrektheit: 5 (vollständig überprüft)	**Umfang**: 3 (einige wichtige Fakten fehlen)	**Quellenangaben**: 4 (fast vollständig vorhanden)	**Quellenarten**: 5 (ausgezeichnet)	**Konformität**: 4 (sehr gut)

Inhaltsverzeichnis

1 Definition

Eine stetige Zufallsgröße [math]X = \Beta V(\alpha,\beta)\;[/math] heißt **standardisiert beta-verteilt**, wenn ihre Verteilungsfunktion durch die Dichtefunktion

[math] f_X(x) = f_{\Beta V(\alpha,\beta)}(x)= \begin{cases} \frac{x^{\alpha -1}\cdot (1-x)^{\beta-1}}{\Beta(\alpha,\beta)}& \mbox{wenn } 0 \le x \le 1 \\ 0 & \mbox{sonst } \end{cases} [/math]

beschrieben werden kann. [math]\Beta(\alpha,\beta)[/math] ist dabei die Beta-Funktion.

[math]\alpha[/math] und [math]\beta[/math] heißen Parameter der Verteilung. Sie müssen die in der Tabelle angegebenen Bedingungen erfüllen.

2 Eigenschaften einer standardisiert beta-verteilten Zufallsgröße

Parameter (vgl. Parameter der allgemeinen Beta-Verteilung)	[math]\alpha \in]0,\infty[[/math] [math]\beta \in]0,\infty[[/math]
Dichtefunktion	[math]f_X(x) := \begin{cases} \frac{{x^{\alpha -1}\cdot(1-x)^{\beta-1}}}{{\Beta(\alpha,\beta)} }& \mbox{wenn } 0 \le x \le 1\\ 0 & \mbox{sonst } \end{cases} [/math]
Stetigkeit	[math]f_X(x) \mbox{ ist stetig auf }]-\infty,\infty[[/math]
Träger	[math]f_X(x) \ne 0 \Leftrightarrow x \in]0,1[[/math]
Modus	[math]c := \frac{\alpha -1}{\alpha + \beta -2}[/math] [math]\operatorname{md}_X = \{c\}, \mbox{ falls } \alpha, \beta \gt 1 \mbox{ und } \alpha\beta \gt 1[/math]

Varianz	[math]\operatorname{Var}(X) = \frac{\alpha\beta}{(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta+1)}[/math]
Standardabweichung	[math]\sigma(X) = \frac{1}{ {(\alpha+\beta)} }\sqrt{ {\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta+1} } }[/math]

3 Zusammenhang zwischen allgemeiner und standardisierter Beta-Verteilung

In Beta-Verteilung wird eine allgemeinere Dichtefunktion [math]f_{\Beta V(\alpha,\beta,a,b)}\![/math] definiert. Wie hängen die hier definierte spezielle Form und die dort definierte allgemeine Form zusammen?

Zunächst sieht man anhand der Definitionen sofort, dass jede Dichtefunktion einer standardisierten Beta-Verteilungen auch eine Dichtefunktion einer allgemeinen Beta-Verteilungen ist:

[math]f_{\Beta V(\alpha,\beta)}(x) = f_{\Beta V(\alpha,\beta,0,1)}(x)[/math]

Umgekehrt können alle Dichtefunktionen allgemeinen Beta-Verteilungen durch Linear-Transformationen aus entsprechenden Dichtefunktionen der standardisierten Beta-Verteilungen erzeugt werden:

[math]f_{\Beta V(\alpha,\beta,a,b)}(x) = \frac{1}{b-a}\cdot f_{\Beta V(\alpha,\beta)}\left(\frac{x-a}{b-a}\right) [/math]

(Beweis der zweiten Aussage)

4 Quellen

Kowarschick (PM): Wolfgang Kowarschick; Vorlesung „Projektmanagement“; Hochschule: Hochschule Augsburg; Adresse: Augsburg; Web-Link; 2014; Quellengüte: 3 (Vorlesung)
Rinne (2003): Horst Rinne; Taschenbuch der Statistik; Auflage: 3; Verlag: Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch; Adresse: Frankfurt am Main; ISBN: 3817116950; 2003; Quellengüte: 5 (Buch)
WikipediaEn: Beta distribution
Statwiki HU Berlin: Beta-Verteilung
xycoon: Beta Distribution

Kategorien:
Mathematische Definition
Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung
Projektmanagement