Dreiecksverteilung

Wechseln zu:Navigation, Suche

Dieser Artikel erfüllt die GlossarWiki-Qualitätsanforderungen **nur teilweise**:

Korrektheit: 5 (vollständig überprüft)	**Umfang**: 3 (einige wichtige Fakten fehlen)	**Quellenangaben**: 4 (fast vollständig vorhanden)	**Quellenarten**: 5 (ausgezeichnet)	**Konformität**: 4 (sehr gut)

Inhaltsverzeichnis

1 Definition

Eine stetige Zufallsgröße [math]\textstyle{X = D(a,b,c)}[/math] heißt **dreiecksverteilt**, wenn ihre Verteilungsfunktion durch die Dichtefunktion

[math]f_X(x) = f_{D(a,b,c)}(x) := \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} & \mbox{wenn } a \le x \le c \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)} & \mbox{wenn } c \lt x \le b \\ 0 & \mbox{sonst } \end{cases} [/math]

beschrieben werden kann. [math]\textstyle{a \in]-\infty,\infty[}[/math], [math]\textstyle{b \in]a,\infty[}[/math] und [math]\textstyle{c \in]a,b[}[/math] heißen Parameter der Verteilung.

(vgl. Standard-Dreiecksverteilung)

2 Eigenschaften einer dreiecksverteilten Zufallsgröße

Parameter (vgl. Parameter der standardisierten Dreiecksverteilung)	[math]a \in]-\infty,\infty[[/math] [math]b \in]a,\infty[[/math] [math]c \in]a,b[[/math] [math]d := b-a\![/math] [math]m := \frac{c-a}{b-a} \in]0,1[,\,1-m=\frac{b-c}{b-a},\,c = a+md = b - (1-m)d[/math] [math]m[/math] beschreibt den prozentualen Abstand von [math]c[/math] zu [math]a[/math] bzgl. [math]b[/math] [math]1-m[/math] beschreibt den prozentualen Abstand von [math]c[/math] zu [math]b[/math] bzgl. [math]a[/math]

Dichtefunktion	[math] f_X(x) := \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} = \frac{2(x-a)}{md^2} & \mbox{wenn } a \le x \le c \\ \frac{2(b-x)}{(b-a)(b-c)} = \frac{2(b-x)}{(1-m)d^2} & \mbox{wenn } c \lt x \le b \\ 0 & \mbox{sonst } \end{cases} [/math]
Stetigkeit	[math]f_X(x) \mbox{ ist stetig auf }]-\infty,\infty[\![/math]
Träger	[math]f_X(x) \ne 0 \Leftrightarrow x \in]a,b[\![/math]
Verteilungsfunktion	[math] F_X(x) = \begin{cases} 0 & \mbox{wenn } x \lt a\\ 0+\frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)} = 0+\frac{(x-a)^2}{md^2} & \mbox{wenn } a \le x \le c \\ 1-\frac{(b-x)^2}{(b-a)(b-c)} = 1-\frac{(b-x)^2}{(1-m)d^2} & \mbox{wenn } c \lt x \le b \\ 1 & \mbox{wenn } b \lt x \end{cases} [/math]
Modus	[math]\operatorname{md}_X = \{c\} = \{a+md\},\,f_X(c)=\frac{2}{b-a}=\frac{2}{d}\![/math]
Erwartungswert	[math]\mu(X) = \frac{a+b+c}{3} = a+\frac{(1+m)d}{3}[/math]
p-Quantil	[math] F_X^{-1}(p) = \begin{cases} a+d\sqrt{mp} & \mbox{wenn } 0 \le p \le m \\ b-d\sqrt{(1-m)(1-p)} & \mbox{wenn } m \lt p \le 1 \end{cases} [/math]
Median	[math] F_X^{-1}(0,5) = \begin{cases} a+\frac{ {\sqrt{2d(c-a)} } }{2} = a+d\frac{ {\sqrt{2m} } }{2} & \mbox{wenn } 0{,}5 \lt m \mbox{ bzw. } \frac{b+a}{2} \lt c\\ a+\frac{d}{2} = b-\frac{d}{2} & \mbox{wenn } m = 0{,}5 \mbox{ bzw. } c = \frac{b+a}{2}\\ b-\frac{ {\sqrt{2d(b-c)} } }{2} = b-d\frac{ {\sqrt{2(1-m)} } }{2} & \mbox{wenn } m \lt 0{,}5 \mbox{ bzw. } c \le \frac{b+a}{2} \end{cases} [/math]
Varianz	[math]\operatorname{Var}(X) = \frac{a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc}{18} = \frac{d^2(1-m+m^2)}{18}[/math]
Standardabweichung	[math]\sigma(X) = \frac{1}{6} \sqrt{ {2(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc)} } = \frac{d}{6} \sqrt{ {2(1-m+m^2)} }[/math]

3 Zusammenhang zwischen allgemeiner und Standard-Dreiecksverteilung

Die Standard-Dreiecksverteilung hat eine speziellere Dichtefunktion [math]\textstyle{f_{D(c)}}[/math]. Wie hängen die hier definierte allgemeine Form und die dort definierte spezielle Form zusammen?

Zunächst sieht man anhand der Definitionen sofort, dass jede Dichtefunktion einer Standard-Dreiecksverteilung auch eine Dichtefunktion einer allgemeinen Dreiecksverteilungen ist:

[math]f_{D(c)}(x) = f_{D(0,1,c)}(x)[/math]

Umgekehrt können alle Dichtefunktionen von allgemeinen Dreiecksverteilungen durch Linear-Transformationen aus entsprechenden Dichtefunktionen der Standard-Dreiecksverteilungen erzeugt werden:

[math]f_{D(a,b,c)}(x) = \frac{1}{b-a}\cdot f_{D((c-a)/(b-a))}\left(\frac{x-a}{b-a}\right) = \frac{1}{d}\cdot f_{D(m)}\left(\frac{x-a}{d}\right) [/math]

(Beweis der zweiten Aussage)

4 Quellen

Kowarschick (PM): Wolfgang Kowarschick; Vorlesung „Projektmanagement“; Hochschule: Hochschule Augsburg; Adresse: Augsburg; Web-Link; 2014; Quellengüte: 3 (Vorlesung)

Rinne (2003): Horst Rinne; Taschenbuch der Statistik; Auflage: 3; Verlag: Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch; Adresse: Frankfurt am Main; ISBN: 3817116950; 2003; Quellengüte: 5 (Buch)
WikipediaEn: Triangular distribution
Statwiki HU Berlin: Dreiecksverteilung

5 Siehe auch

Beta-Verteilung

Kategorien:
- Mathematische Definition
- Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung
- Projektmanagement