Menge (Mengenlehre)

Wechseln zu:Navigation, Suche

Dieser Artikel erfüllt die GlossarWiki-Qualitätsanforderungen **nur teilweise**:				
Korrektheit: 4 (großteils überprüft)	**Umfang**: 3 (einige wichtige Fakten fehlen)	**Quellenangaben**: 5 (vollständig vorhanden)	**Quellenarten**: 5 (ausgezeichnet)	**Konformität**: 5 (ausgezeichnet)

Der zentrale Begriff der Mengenlehre ist die „Menge“. Eine Menge fasst unterschiedliche Objekte zu einer Einheit zusammen. Der Begriff wurde von Bernard Bolzano geprägt. Aber der eigentliche Begründer der Mengenlehre ist Georg Cantor.

Inhaltsverzeichnis

1 Definition (Bolzano (ca. 1840)[1])

Inbegriffe nun, bey welchen auf die Art, wie ihre Theile mit einander verbunden sind, gar nicht geachtet werden soll, an denen somit Alles, was wir an ihnen unterscheiden, bestimmt ist, sobald nur ihre Theile <selbst> bestimmt sind, verdienen es eben um dieser Beschaffenheit willen, mit einem eigenen Nahmen bezeichnet zu werden. In Ermangelung eines andern tauglichen Wortes erlaube ich mir das Wort Menge *zu diesem Zwecke zu brauchen; da es von* Mengen *abgeleitet wird, auch im gemeinen Leben nur zur Bezeichnung solcher Inbegriffe, bey denen man keine Ordnung der Theile beachtet, angewandt wird, …*

Anmerkungen

Der Begriff Menge als Zusammenfassung von *Theilen* geht gemäß dieser Definition auf Bernard Bolzano zurück. Bolzano betont, dass es nicht darauf ankommt ob und wie diese *Theile* verbunden sind. Beispielsweise ist ein Uhrwerk, das aus Rädern, Federn und dergleichen besteht, für Bolzano keine Menge, da es hier darauf ankommt, wie diese *Theile* verbunden sind.

Bolzanos Definition ist allerdings nicht sonderlich befriedigend, da er zur Definition des Begriffs „Menge“ den Begriff „Inbegriff“ verwendet, der lange Zeit als Synonym für „Menge“ verwendet wird (vgl. nachfolgende Definitionen von Cantor und Dedekind).

2 Definition (Cantor (1883), S. 43, Anm. 1[2], Cantor (1883b), S. 557, Anm. 1[3])

Unter einer Mannichfaltigkeit oder Menge verstehe ich nähmlich allgemein jedes Viele, welches sich als Eines denken lässt, d. h. jeden Inbegriff bestimmter Elemente, welcher durch ein Gesetz zu einem Ganzen verbunden werden kann [...]

Anmerkungen

Laut Wußing[4] wurde die eigentliche Mengenlehre 1874 von Georg Cantor mit der Abhandlung „Ueber eine Eigenschaft des Inbegriffs aller reellen algebraischen Zahlen“[5]begründet. In dieser Schrift beweist Cantor, dass die Menge der algebraischen Zahlen abzählbar, also genauso mächtig wie die Menge der natürlichen Zahlen ist, aber die Menge der reellen Zahlen überabzählbar, d. h. echt mächtiger als die Menge der natürlichen Zahlen ist. (Insbesondere hat er damit die Existenz transzendernter Zahlen, also nicht-algebraischer reeller Zahlen bewiesen. Allerdings hat er damals den Begriff „Inbegriff“/„Menge“ nicht definiert, sondern als anschaulich klar vorausgesetzt.) In den folgenden Jahren verfeinert Cantor die Grundideen der Mengenlehre in mehreren Abhandlungen zum Thema „Mannichfaltigkeitslehre“. Später ersetzt er die Begriffe „Inbegriff“ und „Mannichfaltigkeit“ durch den von Bolzano geprägten Begriff „Menge“.

Cantor merkt im Anschluss an seine Definition von 1883 an, dass diese Begriffe pythagoreischen Ursprungs sind:

> *[...] und ich glaube hiermit etwas zu definiren, was verwandt ist mit dem Platonischen εἶδος oder ἰδέα, wie auch mit dem, was Platon in seinem Dialoge „Philebos oder das höchste Gut“ μικτόν nennt. Er setzt dieses dem ἄπειρον, d. h. dem Unbegrenzten, Unbestimmten, welches ich Uneigentlich-unendliches nenne, sowie dem πέρας d. h. der Grenze entgegen und erklärt es als ein geordnetes „Gemisch“ der beiden letzteren. Dass diese Begriffe Pythagoreischen Ursprungs sind, deutet Platon selbst an; man vergleiche A. Boeckh, Philolaos des Pythagoreers Lehren. Berlin 1819.*

Außerdem wird anhand dieser Anmerkung klar, dass Cantor tatsächlich vor allem an Mengen mit unendlich vielen Elementen interessiert war.

3 Definition (Dedekind (1888), S. 1 – 2, §1, 2.[6])

*Es kommt sehr häufig vor, daß verschiedene Dinge a, b, c ... aus irgendeiner Veranlassung unter einem gemeinsamen Gesichtspuncte aufgefaßt, im Geiste zusammengestellt werden, und man sagt dann, daß sie ein **System** S bilden; man nennt die Dinge a, b, c ... die **Elemente** des Systems S, sie sind **enthalten** in S; umgekehrt **besteht** S aus diesen Elementen. Ein solches System S (oder ein Inbegriff, eine Mannigfaltigkeit, eine Gesamtheit) ist als Gegenstand unseres Denkens ebenfalls ein Ding (1); es ist vollständig bestimmt, wenn von jedem Ding bestimmt ist, ob es Element von S ist oder nicht.*

Anmerkung:
Dedekinds Definition ist *naiv* im Sinne von Hausdorff[7], da sie eine uneingeschränkte Mengenbildung und damit die Probleme der Russellschen Antinomie zulässt (siehe Abschnitt Naive Definitionen des Begriffs „Menge“ und Antinomien). Cantors Definitionen von 1874 und 1895 sind hier genauer, da nur *bestimmte* Objekte zu Mengen zusammengefasst werden können. Cantor gibt allerdings keine

konkrete Definition an, welche Objekte in Mengen enthalten sein können und welche nicht.

4 Definition (Cantor (1895)[8])

Unter einer ‚Menge‘ verstehen wir jede Zusammenfassung [math]M[/math] von bestimmten wohlunterscheidbaren Objecten [math]m[/math] unserer Anschauung oder unseres Denkens (welche die Elemente von [math]M[/math] genannt werden) zu einem Ganzen.

Anmerkung:
Cantor lässt nicht alle *wohlunterscheidbaren Objecte* unserer Anschauung und unseres Denkens zur Mengenbildung zu, sondern nur *bestimmte*. Diese Einschränkung ist wesentlich, da eine unbegrenzte Mengenbildung sofort Antinomien, wie die Russellsche Antinomie zur Folge hätte (siehe Abschnitt 5).

5 Definition (Cantor (1899)[9])

Eine Vielheit kann nämlich so beschaffen sein, daß die Annahme eines „Zusammenseins“ aller *ihrer Elemente auf einen Widerspruch führt, so daß es unmöglich ist, die Vielheit als eine Einheit, als „ein fertiges Ding“ aufzufassen. Solche Vielheiten nenne ich* absolut unendliche *oder* inconsistente Vielheiten*.*

Wie man sich leicht überzeugt, ist z. B. der „Inbegriff alles Denkbaren“ eine solche Vielheit; später werden sich noch andere Beispiele darbieten.

Wenn hingegen die Gesammtheit der Elemente einer Vielheit ohne Widerspruch als „zusammenseiend“ gedacht werden kann, so daß ihr Zusammengefaßtwerden zu „einem *Ding“ möglich ist, nenne ich sie eine* consistente Vielheit *oder eine „**Menge**“.*

6 Naive Definitionen des Begriffs „Menge“ und Antinomien

Dedekinds Definition, die eine uneingeschränkte Mengenbildung zulässt, führt zu Antinomien, d. h. zu logischen Paradoxien. Die berühmteste dieser Antonomien, nämlich dass es keinen Menge geben kann, die alle Menge enthält, die sich nicht selbst enthalten, wurde 1902 erstmals von Bertrand Russell beschrieben und ist heute unter dem Namen Russellsche Antinomie bekannt. Allerdings waren Cantor ähnliche Antinomien bereits deutlich früher bekannt:

1897, d. h. fünf Jahre vor Russell bewies Cantor in einen Brief an Hilbert, dass die Klasse aller Kardinalzahlen keine „fertige Menge“ ist (Erste Cantorsche Antinomie).[10]
1899 beschrieb Cantor in einem Brief an Dedekind, dass auch die Klasse aller Ordinalzahlen keine Menge ist.[11] Diese Tatsache wurde allerdings schon 1887 von Burali-Forti beweisen und ist daher heute unter dem Namen „Burali-Forti-Paradoxon“ bekannt.[12]
Im zuvor genannten Brief sowie in einem weiteren Brief an Dedekind vom 31. August 1899 bewies Cantor außerdem, dass „der Inbegriff alles Denkbaren“ bzw. „das System aller denkbaren Klassen“, d. h. die Allklasse, wie wir sie heue nennen, keine Menge ist (Zweite Cantorsche Antinomie).[11][13]

Laut Wußing „nahm [Cantor] die Existenz von Antinomien relativ gelassen auf“.[4] Um derartige Paradoxien zu vermeiden, muss man die Mengenbildung einschränken. Man muss also zusätzlich festlegen, welches die „*bestimmten*“ Objekte sind, die man gemäß der Definition von Cantor in einer

Menge zusammenfassen darf. Cantor hat in seinem Brief vom 3. August 1899 an Dedekind den Vorschlag gemacht, zwischen „Mengen“ und „inkonsistenten Vielfachheiten“ zu unterscheiden (siehe vorangegangene Definition) und damit die heute übliche Unterscheidung zwischen „Mengen“ und „Unmengen“ (= „echte Klassen“) vorweggenommen. Gemäß den Erkenntnissen von Cantor und Russell sind beispielsweise die Allklasse $\{x:x=x\}$, die Klasse aller Ordinalzahlen, die Klasse aller Kardinalzahlen sowie die Russellsche Klasse $\{x:x\not\in x\}$ *inkonsistente Vielfachheiten*.

Wie weit Cantors Erkenntnisse seiner Zeit voraus waren, erkennt man an Dedekinds Antwort auf seinen Brief. Er verstand Cantors Ausführungen nicht:

> *Hochverehrter Freund! Ihr Besuch wird mir und meiner Schwester immer willkommen sein, aber zur Discussion Ihrer Mittheilung bin ich noch lange nicht reif, sie würde vorläufig ganz unfruchtbar sein! Sie werden dies mir gewiss nachfühlen, wenn ich Ihnen aufrichtig gestehe, dass ich, obgleich ich Ihren Brief vom 3. August mehrere Male durchgelesen habe, mir über Ihre Eintheilung der Inbegriffe in consistente und inconsistente noch nicht klar geworden bin; ich weiss nicht, was Sie mit dem „Zusammensein aller Elemente einer Vielheit“ und mit dem Gegentheil davon meinen. Dass mir bei genauerem Studium Ihres Briefes hierüber noch ein Licht aufgehen wird, bezweifle ich nicht, weil ich grosses Vertrauen zu Ihren tiefen und scharfsinnigen Forschungen habe. Aber es hat mir bisher bei der ununterbrochenen Fluth von Correcturen, die erledigt werden mussten, die Zeit und die erforderliche Verstandes-Musse gefehlt, um mich in diese Dinge zu versenken. Jetzt stehen nur noch Revisionen bevor, und ich verspreche, die grössere Ruhe zu dieser „Versenkung“ zu benutzen.*[14]

Der Wunsch Cantors nach einem Fachgespräch erfüllte sich laut Meschkowski und Nilson nicht mehr.[14] Er hat diese Erkenntnisse auch nicht mehr publiziert. Seine letzte Publikation stammt aus dem Jahr 1897, obwohl er sich danach noch weiter mit der Mengenlehre befasst hat.[15]

7 Definition (Felscher (1978)[16])

Wir stellen uns irgendwelche Dinge vor, die wir MENGEN nennen wollen, von denen wir aber nur zu wissen brauchen, dass zwischen je zweien von ihnen, a und b , eine gewisse Beziehung, die ELEMENT-BEZIEHUNG , entweder besteht oder nicht besteht: $a \,\epsilon\ b$ oder $\text{nicht}\, a \,\epsilon\, b$. Wir sprechen dann von einem MODELL DER MENGENLEHRE , wenn diese Element-Beziehung gewisse Eigenschaften besitzt, die wir alsbald, in noch gesondert zu nennenden Axiomen, aufführen werden. Es ist dabei gleichgültig, ob die vorgestellten Dinge wirklich Mengen (von Erbsen, von kleinen Jungen oder von Zahlen) sind, oder ob es sich um Tische, Stühle oder Biergläser handelt; von Bedeutung ist allein, dass man zwischen ihnen eine Element-Beziehung erklären kann, welche den anzugebenden Axiomen genügt.

8 Formale mathematische Definitionen

In der modernen Mathematik werden „Mengen“ selbst nicht mehr definiert (genauso wenig wie „Punkte“, „Gruppen“ etc.). Stattdessen geht man davon aus, dass es ein Universum von „Mengen“ gibt, für das bestimmte Regeln gelten (siehe die vorangegangene Definition von Felscher). Diese Regeln werden im Rahmen der sogenannten Mengenlehre meist mit Hilfe der Prädikatenlogik erster Stufe oder der Prädikatenlogik erster Stufe mit Gleichheit formal festgelegt.

Heutzutage werden prädikatenlogische Axiomensysteme eingesetzt, wie z.B.:

Zermelo-Fraenkel-Mengenlehre

Neumann-Bernays-Gödel-Mengenlehre
Klassenlogik

In derartigen Axiomensystemen gibt es ein zentrales Prädikat, die so genannte Elementbeziehung: $x \in y$ („x ist Element von y“). Weitere Prädikate, wie die Teilmengenbeziehung ($x \subseteq y$), die Gleichheit zweier Mengen ($x=y$) etc. können mit Hilfe der Elementbeziehung definiert werden:

$x \subseteq y \quad :\leftrightarrow\quad \forall e: e \in x \rightarrow e \in y$
$x = y \quad :\leftrightarrow\quad x \subseteq y \wedge y \subseteq x$ (in einer Prädikatenlogik mit Gleichheit ist dies ein beweisbarer Satz)
etc.

Die von Cantor und Russell entdeckten Antinomien werden in jedem dieser Axiomensysteme durch eine (axiomatische) Beschränkung der Mengenbildung vermieden. Beispielsweise kann die Russell-Menge in der Zermelo-Fraenkel-Mengenlehre nicht definiert werden, in der Neumann-Bernays-Gödel-Mengenlehre kann zwar die Russell-Klasse definiert werden. Bei dieser Klasse handelt es sich jedoch um eine echte Klasse (virtuelle Klasse, Unmenge). Es gibt also auch hier keine Russell-Menge.

Die Frage, ob die Axiomensystemen der Mengenlehre nun, da die Russellsche Antinomie beseitigt wurde, widerspruchsfrei sind, kann nicht positiv beantwortet werden. In seinem zweiten Unvollständigkeitssatz beweist Kurt Gödel, dass hinreichend starke widerspruchsfreie Systeme ihre eigene Widerspruchsfreiheit nicht beweisen können.[17][18] Mit „hinreichend stark“ ist hier gemeint, dass die Arithmetik der natürlichen Zahlen im System formalisiert werden kann. Dies ist bei den Mengenlehreaxiomen der Fall.

Allerdings gibt es zahlreiche Beweise der Art „Wenn die Zermelo-Fraenkelsche-Mengenlehre widerspruchsfrei ist, dann ist auch das erweiterte/eingeschränkte System XYZ widerspruchsfrei“.[19]

9 Weitere Zusammenfassungen von Objekten

Mengen sind nicht die einzige Möglichkeit, „Objekte unserer Anschauung und unseres Denkens“ zu einer Einheit zusammenzufassen.

Die Definition von Cantor ist hinsichtlich des Aufbaus von Mengen etwas unpräzise. Für axiomatisch definierte Mengen und Klassen gelten jedoch folgende zwei Eigenschaften:

Die Element-Beziehung legt keine Reihenfolge der Elemente fest: $\{a,b,c\} = \{c,b,a\} = \{b,a,c\} \ldots$
(vgl. insbesondere Bolzanos Definition).
Zwei Klassen, die dieselben Elemente enthalten, werden als gleich bezeichnet und behandelt, unabhängig davon, wie oft eine Klasse ein Element enthält. Anschaulich bedeutet das, das eine Klasse jedes Element höchstens einmal enthält: $\{a,b,c\} = \{a,a,a,b,b,c,c,c,c,c\} = \{a,b,a,c,a\} \ldots$.

Andere Arten von „Objekt-Zusammenfassungen“ berücksichtigen die Anzahl und/oder die Reihenfolge der Elemente:

Tupel (die Reihenfolge der Elemente liegt fest; Elemente können mehrfach vorkommen)
Liste (die Reihenfolge der Elemente liegt fest; Elemente können mehrfach vorkommen)
Feld/Array (die Reihenfolge und die Anzahl der Elemente liegen fest; Elemente können mehrfach vorkommen)
assoziatives Feld (jedes Element hat einen eigenen Bezeichner; Elemente können mehrfach

vorkommen)
Multimenge (die Reihenfolge der Elemente ist undefiniert; Elemente können mehrfach vorkommen)

Diese Arten von Containern werden vor allem im Programmiersprachen verwendet. Aus mengentheoretischer Sicht können sie mit Hilfe von geordneten Paaren nachgebildet werden (siehe auch folgenden Artikel: Tupel).

10 Quellen

2. **Bolzano (1975)**: Bernard Bolzano; Bolzano, Bernard: Gesamtausgabe – Einleitung in die Größenlehre und erste Begriffe der allgemeinen Größenlehre; Hrsg.: Jan Berg; Reihe: II, A; Band: 7; Verlag: Friedrich Frommann Verlag; Adresse: Stuttgart, Bad Cannstatt; ISBN: 978-3-7728-0466-3; Web-Link; 1975; Quellengüte: 5 (Buch), S. 152
4. **Cantor (1883)**: Georg Cantor; Grundlagen einer Allgemeinen Mannichfaltigkeitslehre – Ein mathematisch-philosophischer Versuch in der Lehre des Unendlichen; Verlag: Commissions-Verlag von B. Teubner; Adresse: Leipzig; Web-Link; 1883; Quellengüte: 5 (Buch)
6. **Cantor (1883b)**: Georg Cantor; Ueber unendliche, lineare Punktmannichfaltigkeiten – 5. (Fortsetzung des Artikels in Bd. XXI, pag. 51.); in: Mathematische Annalen; Band: 21; Nummer: 4; Seite(n): 545 – 591; Verlag: B. G. Teubner Verlag; Adresse: Leipzig; ISSN: 0025-5831 (Papier), 1432-1807 (Online); Web-Link 0, Web-Link 1, Web-Link 2, Web-Link 3; 1883; Quellengüte: 5 (Artikel)
8. **Wußing (2009)**: Hans Wußing; 6000 Jahre Mathematik – Eine kulturgeschichtliche Zeitreise – Von Euler bis zur Gegenwart; Hrsg.: H.W. Alten, A. Djafari Naini und H. Wesenmüller-Kock; Band: Band 2; Auflage: 1; Verlag: Springer-Verlag GmbH; Adresse: Berlin; ISBN: 3642023630; 2009; Quellengüte: 5 (Buch), S. 377
10. **Cantor (1874)**: Georg Cantor; Ueber eine Eigenschaft des Inbegriffs aller reellen algebraischen Zahlen; in: Journal für die reine und angewandte Mathematik; Band: 1874; Nummer: 77; Seite(n): 258 – 262; Verlag: Walter de Gruyter GmbH; Adresse: Berlin; ISSN: 14355345 (Print) 00754102 (Online); Web-Link 0, Web-Link 1, [Web-Link 2]; 1847; Quellengüte: 5 (Artikel)
12. **Dedekind (1888)**: Richard Dedekind; Was sind und was sollen die Zahlen?; Auflage: 1; Verlag: Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn; Adresse: Braunschweig; ISBN: 978-0331979633; Web-Link; 1888; Quellengüte: 5 (Buch)
14. **Hausdorff (1914)**: Felix Hausdorff; Grundzüge der Mengenlehre; Verlag: Veit and Company; Adresse: Leipzig; Web-Link; 1914; Quellengüte: 5 (Buch), S. 1–2
16. **Cantor (1895)**: Georg Cantor; Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre; in: Mathematische Annalen; Band: 46; Nummer: 4; Seite(n): 481 – 512; Verlag: B. G. Teubner Verlag; Adresse: Leipzig; ISSN: 00255831 (Papier), 14321807 (Online); Web-Link 0, Web-Link 1, Web-Link 2, Web-Link 3; 1895; Quellengüte: 5 (Artikel)
18. **Cantor (1899)**: Georg Cantor; 163 Dedekind – Halle, 3. 8. 1899 – II, XXIV; Hrsg.: Herbert Meschkowski und Winfried Nilson; Seite(n): 407 – 411; Verlag: Springer-Verlag; ISBN: 978-3540506218, 978-3642743450; 1991; Quellengüte: 5 (Sammelband)
20. Brief von Cantor an Hilbert vom 26. September 1897, **Meschkowski, Nilson (1991)**: Georg Cantor; Georg Cantor: Briefe; Hrsg.: Herbert Meschkowski und Winfried Nilson; Auflage: 2; Verlag: Springer-Verlag; ISBN: 978-3540506218, 978-3642743450; 1991; Quellengüte: 5 (Buch)
22. Brief von Cantor an Dedekind vom 3. August 1899, **Meschkowski, Nilson (1991)**: Georg Cantor; Georg Cantor: Briefe; Hrsg.: Herbert Meschkowski und Winfried Nilson; Auflage: 2; Verlag: Springer-Verlag; ISBN: 978-3540506218, 978-3642743450; 1991; Quellengüte: 5 (Buch)
24. **Burali-Forti (1897)**: Cesare Burali-Forti; Una questione sui numeri transfiniti; in: Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo; Band: 11; Seite(n): 154–164; Verlag: Springer-Verlag; ISSN: 0009-725X; Web-Link; 1897; Quellengüte: 5 (Artikel)

26. Brief von Cantor an Dedekind vom 30. August 1899, **Zermelo (1932)**: Georg Cantor; Georg Cantor: Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts – Mit erläuternden Anmerkungen sowie mit Ergänzungen aus dem Briefwechsel Cantor-Dedekind; Hrsg.: Ernst Zermelo; Auflage: 1; Verlag: Springer-Verlag; Adresse: Berlin; ISBN: 978-3662002544; Web-Link; 1932; Quellengüte: 5 (Buch), S. 448
28. **Meschkowski, Nilson (1991)**: Georg Cantor; Georg Cantor: Briefe; Hrsg.: Herbert Meschkowski und Winfried Nilson; Auflage: 2; Verlag: Springer-Verlag; ISBN: 978-3540506218, 978-3642743450; 1991; Quellengüte: 5 (Buch), S. 413
30. **Meschkowski, Nilson (1991)**, S. 469
32. **Felscher (1978)**: W. Felscher; Naive Mengen und abstrakte Zahlen; Band: 1; Verlag: BI-Wissenschaftsverlag; Adresse: Mannheim; ISBN: 3-411-01538-1; 1978; Quellengüte: 5 (Buch)
34. **Gödel (1931)**: Kurt Gödel; Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I; in: Monatshefte für Mathematik und Physik; Band: 38; Nummer: 1; Seite(n): 173-198; Verlag: Springer-Verlag GmbH; Adresse: Wien; Web-Link; 1931; Quellengüte: 5 (Artikel)
36. **Schwichtenberg (2009)**: Helmut Schwichtenberg; Mathematical Logic; Hochschule: Ludwig-Maximilians-Universität; Adresse: München; Web-Link; 2009; Quellengüte: 5 (Skript)
38. siehe z.B. **Ebbinghaus (2003)**: Heinz-Dieter Ebbinghaus; Einführung in die Mengenlehre; Reihe: Hochschultaschenbuch; Auflage: 4; Verlag: Spektrum Akademischer Verlag; Adresse: Heidelberg, Berlin; ISBN: 3-8274-1411-3; 2003; Quellengüte: 5 (Buch)

11 Siehe auch

Container

Kategorien:
Mengenlehre
Glossar

Diese Seite wurde zuletzt am 31. Juli 2019 um 18:52 Uhr bearbeitet.
Inhalt verfügbar unter CC BY-NC-SA 4.0, falls Dokument nach dem 5. 3. 2011 erstellt wurde, sonst CC BY-SA DE 3.0.