Metatheorie

Wechseln zu:Navigation, Suche

Dieser Artikel erfüllt die GlossarWiki-Qualitätsanforderungen:

Korrektheit: 4 (großteils überprüft)	**Umfang**: 4 (unwichtige Fakten fehlen)	**Quellenangaben**: 5 (vollständig vorhanden)	**Quellenarten**: 5 (ausgezeichnet)	**Konformität**: 5 (ausgezeichnet)

Ein formales System, wie z. B. eine mathematische Theorie oder auch eine Programmiersprache, kann weder definiert werden, noch können Eigenschaften dieses Systems gezeigt werden, wenn nicht bereits ein formales oder auch informelles Metasystem existiert, mit dessen Hilfe dies geschieht.

Mathematiker behelfen sich, indem sie zunächst eine möglichst einfache und plausible Metatheorie festlegen, mit deren Hilfe sie ein erstes mathematisches System definieren. Sie zeigen dann Eigenschaften dieses Systems und können in einem nächsten Schritt eine komplexere Metatheorie als gegeben absehen, mit deren Hilfe sie weitere, komplexere Systeme formal definieren können. Etc. pp.

Informatiker gehen bei der Definition von Programmiersprachen und der Implementierung zugehöriger Compiler im Prinzip genauso vor. Dieses Verfahren wird Bootstraping genannt.

Inhaltsverzeichnis

1 Definition (Duden – Das Fremdwörterbuch (2001))[1]

Metatheorie: *wissenschaftliche Theorie, die ihrerseits eine Theorie zum Gegenstand hat; vgl. Metasprache*

2 Definition (Glubrecht, Oberschelp, Todt

(1983, S. 30))[2]

Um unsere logischen Systeme zu entwickeln, brauchen wir eine Theorie, die wir inhaltlich bereits voraussetzen. Wir nennen diese die Metatheorie.

3 Definitionen (Kowarschick, analog zu Fremdwörterbuch (2001) sowie zu Objekt- und Metaspache)

Metatheorie: (wissenschaftliche) Theorie, die eine Theorie, die sogenannte Objekttheorie zum Gegenstand hat.

Metametatheorie: (wissenschaftliche) Theorie, die eine Metatheorie zum Gegenstand hat.

Metametametatheorie: (wissenschaftliche) Theorie, die eine Metametatheorie zum Gegenstand hat.

Et cetera.

Metasystem: wissenschaftliches System, das ein System, das sogenannte Objektsystem zum Gegenstand hat.

Metametasystem: wissenschaftliches System, das ein Metaystem zum Gegenstand hat.

Et cetera.

Objektebene: Oberbegriff für Objektsprache, Objekttheorie, Objektsystem etc.

Metaebene: Oberbegriff für Metasprache, Metatheorie, Metasystem etc.

Metametaebene: Oberbegriff für Metametasprache, Metametatheorie, Metametasystem etc.

Et cetera.

4 Bedeutung der Metatheorien

Wenn man ein gutes Lehrbuch zum Thema Prädikatenlogik liest (z. B. Güntzer er al. (1989)[3] oder Hermes (1976)[4]) und anschließend ein gutes Lehrbuch zum Thema Mengenlehre (z. B. Ebbinghaus (2003)[5] oder Schmidt (1966)[6]) oder umgekehrt, überkommt einen sofort das Gefühl, dass hier ein Henne-Ei-Problem vorliegt. Wer war zuerst da: Die Logik oder die Mengenlehre? Die Logiker setzen die Mengenlehre als bekannt voraus und die Mengentheoretiker die Prädikatenlogik. In jedem Fall dient die eine Theorie als Metatheorie, die zur Formalisierung der anderen eingesetzt wird.

Dennoch kann man auf eine gute Metatheorie nicht verzichten, wenn man eine Theorie formal einführen will. Die Vermischung von Objekt- und Metaebene hat häufig schwerwiegende Paradoxien zur Folge, die eine saubere Formalisierung einer Theorie unmöglich macht. Zum Beispiel kann dem Satz „*Diser Saz enthält drei Fehler.*“ keine sinnvolle Bedeutung zugeordnet werden, da er Objekt- und Metaebene vermischt (siehe Metasprache).

Andererseits kann eine saubere Vermengung von Meta- und Objektsprache sehr tiefliegende Erkenntnisse mit sich bringen. In der Informatik hat sich nicht umsonst die Programmiersprache LISP als wichtiges Werkzeug der künstlichen Intelligenz erwiesen. In dieser Sprache unterscheiden sich die Programm- und die Datenstrukturen nicht. Daher ist es ganz einfach, zur Laufzeit des Programmes

(Objektebene) neuen Programmcode zu erstellen (Metaebene) und diesen dann sofort im aktuellen Programm mittels des `eval`- oder des `apply`-Befehls auszuführen. Das bedeutenste Ergebnis derartiger Betrachtungen dürften jedoch die Gödelschen Unvollständigkeitssätze sein. Der erste Satz auf, dass jede hinreichend mächtige formale Theorie (die natürlichen Zahlen müssen enthalten sein) entweder inkonsitent ist oder Wahrheiten enthält, die mit den Mitteln dr Theorie selbst nicht bewiesen werden können. Der zweite Satz folgt direkt aus dem ersten. Er besagt, dass jede hinreichend mächtige konsistente formale Theorie die eigene Konsistenz nicht beweisen kann.

Die Vermengung von Meta- und Objektebene begegnet einem nicht nur in der Mathematik und der Informatik:

Sprache (vgl. Metasprache: Vermischung von Objekt- und Metaebene)

Es gibt selbstbezügliche Sätze wie

Diese Aussage ist falsch.[7]
Antworten Sie auf diese Frage mit einer Verneinung?
Befolgen Sie diese Anweisung nicht!
Dies ist kein englischer Satz.
In allen diesen Fällen wurden Objekt- und Metaebene vermengt.

Malerei

René Magritte: „La Tentative de l'impossible“ („Der Versuch des Unmöglichen“, 1928) Im diesem Bild zeigt Magritte einen Maler (Metasystem), der im aktuellen Bild gerade ein Aktmodell (Objektsystem) zeichnet.
René Magritte: „Ceci n'est pas une pipe“ („Dies ist keine Pfeife“, 1929) Magritte verdeutlicht in seinem Bild einer Pfeife (Metasystem), dass es sich gerade nicht um eine echte Pfeife (Objektsystem) handelt, indem er „Dies ist keine Pfeife“ dazu schreibt. Im Bild „Les Deux Mysteres“ („Die zwei Mysterien“, 1966) geht er noch einen Schritt weiter: Er stellt das Bild „Ceci n'est pas une pipe“ (Objektsystem) in einem Raum dar, in dem auch eine „echte“ Pfeife (Metasystem) existiert. Natürlich handelt es sich hier auch nur um Bild einer Pfeife und nicht um eine echte Pfeife.
Maurits Escher: „Gallery“ („Galerie“, 1956) In Eschers „Galerie“ hängt ein Bild (Metasystem), das die Galerie (Objektsystem) selbst enthält.

Musical

Das Musical „A Chorus Line“ handelt von einem Casting der Darsteller eines Musicals. Das Casting ist eigentlich ein wesentlicher Bestandteil des Metasystems „Inszenierung eines Musicals“, wird hier jedoch auf Objektebene, d. h. im Musical selbst thematisiert.

Theater

Noch weiter geht die Verquickung von Objekt- und Metaebene bei „Venus im Pelz (2013)“. Hier wurde das Casting für ein Bühnenstück, das die Adaption einer Novelle zum Thema hat, verfilmt. Sowohl in der Novelle, als auch im Bühnenstück, für das das Casting durchgeführt wird, als auch im Casting selbst, wird der Hauptdarsteller der Hauptdarstellerin hörig. Im Stück werden sowohl die Objekt-, als auch die Metaebene thematisiert, deren Handlungsstränge parallel laufen, wobei in der Metaebene Hauptdarstellerin und Hauptdarsteller kurz vor Ende des Stücks die Rolle tauschen, um den Rollentausch im Bühnenstück – zum Schluss wird im Bühnenstück die Hauptdarstellerin dem Hauptdarsteller hörig – zu kompensieren. Ganz bewusst finden im Stück ständig ein Wechsel und häufig auch eine Vermischung der Objekt- und der Metaebene statt.

Botanik

Der Romanesco ist eine Blumenkohl-Variante, deren Röschen selbstähnlich zur gesamten

Pflanze sind. Und deren Röschen sind abermals selbstähnlich zur gesamten Pflanze. Und so weiter. Und so fort. Das heißt, jedes Röschen enthält die Beschreibung (Metasystem) der gesamten Pflanze (Objektsystem).

Genetik

Das Metasystem „DNA“ beschreibt das Objektsystem „Lebewesen“. Lebewesen vervielfältigen bestehende und produzieren neue DNA, d. h., das Objektsystem erzeugt neue Elemente des Metasystems.

Fazit: Selbstbezüglichkeit ist ein unerschöpflicher Quell von Paradoxien, Komplexität, Eleganz und Schönheit. Angehende Informatiker verteufeln Rekursivität (wie ich aufgrund jahrelanger Lehrtätigkeit aus eigener, leidvoller Erfahrung weiß) und doch ist eine Informatik ohne Rekursion unvorstellbar, Programmiersprachen können ihre eigenen Compiler beschreiben, Text-Editoren ihre eigen Dokumentation, Fraktale Bäume bevölkern Film- und Computer-Spiel-Landschaften, Mandelbrot-Mengen dienen als Wandschmuck und haben zahlreiche Künstler inspiriert, ...

5 Lösung des Henne-Ei-Problems

Die Lösung des Henne-Ei-Problems „Wer ist zuerst da, die Mengenlehre oder die Prädikatenlogik“, kann auf zwei Arten erfolgen:

Iterativ: Ausgehend von einer primitiven Logik und einer primitiven Mengenlehre entwickelt man immer komplexere Theorien.
Gleichzeitig: Zwischen Mengenlehre und Logik wird nicht unterschieden, beide werden gemeinsam definiert und verwenden großteils auch dieselben Symbole.

Die erste Methode ist der übliche Weg, da die zweite Methode doch ziemlich exotisch ist. Anthony Morse ist 1965 in seinem Werk „A Theory of Sets“[8] den zweiten Weg gegangen:

> *We believe every (mathematical) thing is a set. We believe there is no difference between the conjunction of two or more things and their intersection. We believe there is no difference between the disjunction of two things and their union. We believe there is no difference between the negation of a thing and its complement.*

Er definiert beispielsweise:

$\emptyset := \bot := \bigwedge x: x$, wobei $\emptyset$ die leere Menge und $\bot$ das logische Falsum bezeichnen (siehe Junktor, Abschnitt „Mengentheoretische Definition“)

$(x \cap y) :\leftrightarrow (x \wedge y)$

$(x \cup y) :\leftrightarrow (x \vee y)$

Alle anderen mir bekannt Autoren beschreiten (mehr oder meist minder akribisch) den ersten Weg. An drei Beispielen soll dies gezeigt werden (wobei die ersten beiden Beispiele etwas willkürlich gewählt wurden):

Güntzer, Schmidt, Kempf, Möller (1989)[3] definieren zunächst Aussagenlogik und anschließend Prädikatenlogik erster Stufe formal. Sie setzen die natürlichen Zahlen, eine „primitive“ Logik und eine „primitive“ Mengenlehre als bekannt voraus.
Jürgen Schmidt[9] definiert eine Mengenlehre, die etwas allgemeiner ist, als die übliche Zermelo-Fraenkelsche Mengenlehre. Er setzt eine Prädikatenlogik erster Stufe ohne Gleichheit voraus, aber nicht die natürlichen Zahlen.

Glubrecht, Oberschelp, Todt (1983)[2] definieren in ihrem fundmentalen Werk „Klassenlogik“ diverse Logiken. Neben der klassischen Prädikatenlogik erster Stufe definieren sie darauf aufbauend mehrere Klassenlogiken, die die Mengenlehre in die Logik integrieren. Sie setzten zunächst eine elementare Logik und eine elementare Mengenlehre als Metasystem voraus und verfeinern diese in zwei Schritten, indem sie ihre zurvor definierten Logiken und Mengenlehren jeweils als Metasystem verwenden. Die natürlichen Zahlen setzen sie in der Metatheorie als bekannt voraus.

5.1 Aussagen- und Prädikatenlogik nach Güntzer et al.

Güntzer, Schmidt, Kempf und Möller (1989)[3] setzen eine wie auch immer geartete „primitive“ Logik und ebenso eine „primitive“ Mengenlehre als bekannt voraus. In ihren Beweisen verwenden sie außerdem die natürlichen Zahlen und die natürliche Induktion, ohne diese näher zu begründen. Den formalen Aufbau der Aussagenlogik und der Prädikatenlogik erster Stufe führen sie dagegen sehr akribisch durch. Zum Beispiel fordern sie nicht einfach die Existenz von abzählbar vielen Variablen, sondern sie geben ein Verfahren an, wie aus den zwei Symbolen p und $|$ abzählbar viele Variablensymbole der Art $p||||||||||$ erzeugt werden können. Sie beweisen außerdem, dass jede aussagen- oder prädikatenlogische Formel ihrer Objektsprache eindeutig in ihre Bestanddtaile zerlegt werden kann. Man merkt genau, dass die Autoren Informatiker sind, die eine große Erfahrung mit Programiersprachen, Parsern und Compilerbau haben. (Für die Behauptung, dass die Aussagevariablen und die aussagelogischen Formeln aufzählbar sind, geben sie allerdings nur einen informellen Beweis an und verweisen auf die Vorlesung „Vorlesung zur Theorie der Berechenbarkeit“, in der dieses Thema eingehend behandelt wird.)

Denn Autoren ist es wichtig, den Einwand *, unser Vorgehen sei eine sinnlose “petitio principii“ [ein sinnloser Zirkelbeweis]‘* zu widerlegen. Sie formulieren zunächst einen möglichen Einwand, den jemand vorbringen könnte:

> *Der Einwand lautet: Wenn man nicht weiß, was “also“ bedeutet, kann man keine Logik treiben, denn es wird ja andauernd argumentiert (– soweit ist der Einwand zutreffend). “Also“ muß man den Folgerungsbegriff “immer schon“ voraussetzen, und alles, was man dann über ihn beweist, ist im Grunde nur noch “zirkuläres Gerede“.*

Diesen Vorwurf widerlegen Güntzer et al. folgendermaßen:

> *Auch wenn jemand keinerlei Grundlagenprobleme mit der Verwendung des Worts “also“ hat, ist ihm doch keineswegs automatisch klar, daß ein bestimmter Kalkül rein mechanisch die Formel $A \rightarrow A$ herzuleiten erlaubt oder daß es überhaupt einen Kalkül gibt, der gleichzeitig vollständig und korrekt ist.*

Zu guter Letzt beweisen die Autoren den Endlichkeitssatz für den Erfüllbarkeitsbegriff aus dem sofort der Satz von Löwenheim-Skolem abgeleitet werden kann. Das ist ein sehr tiefgehender Satz, da er z. B. aufzeigt, dass es unmöglich ist, *die reellen Zahlen durch ein in der Prädikatenlogik erster Stufe formuliertes Axiomensystem zu charakterisieren*. Auch die natürlichen Zahlen – genauer gesagt: das Induktionsaxiom – kann nicht durch ein in der Prädikatenlogik erster Stufe formuliertes Axiomensystem charakterisiert werden (vgl. Hermes (1976), Kapitel VI, § 4).[4] In beiden Fällen ist die Prädikatenlogik zweiter Stufe notwendig.

Mit Hilfe des Endlichkeitssatzes beweisen Güntzer et al., dass es nichtarchimedisch angeordnete Körper (mit unendlich großen und unendlich kleinen Elementen) gibt. Im Anschluss daran gehen sie noch einmal auf den Vorwurf ein, bei der Formalisierung der Logik handle es sich im Prinzip nur um „zirkuläres Gerede“. Sie beziehen sich dabei auf den Beweis der Existenz nichtarchimedisch angeordneter Körper.

> *Das ist ein ganz unerhörter Schluß: Weil es zu jedem k eine Zahl $> k$ gibt, gibt es auch eine Zahl die größer als alle Zahlen ist. (Innerhalb von $\mathbb{Q}$ ist das erwiesenermaßen falsch.) Sie sehen die formale Logik ist anscheinend doch nicht nur tautologisch. Und der Einwand*
>
> > “Entweder man weiß nicht, was “also“ bedeutet, dann ist es nicht möglich, hier etwas zu lernen, oder man weiß doch, was “also“ bedeutet, dann ist es nicht nötig hier zuzuhören“,
>
> *ist nicht zutreffend . Auch jemand, der ein gutes Gefühl im Umgang mit dem Sprachkonstrukt “also“ hat, hat vermutlich vorher nicht wissen können, daß man solche Schlüsse ziehen kann.*

Im Prinzip argumentieren die Autoren, dass man mit Hilfe elementarer Mengenlehre und elementarer logischer Schlussfolgerungen, die einem auf der Metaebene zur Verfügung stehen, eine Logik auf Objektebene definieren kann, die sehr viel tiefgehendere Schlussfolgerungen zulässt, als die elementare Logik erwarten lassen würde. Daran erkennt man deutlich, wie wesentlich der Unterscheidung zwischen Objekt- und Metatheorie ist.

5.2 Mengenlehre nach Schmidt

Jürgen Schmidt führt in Band 1 seines Buches „Mengenlehre“ (Schmidt (1966))[9] eine Mengenlehre ein, bei der die All- und Existenzquantoren nicht nur für Mengen, sondern für beliebige Klassen definiert werden. Die Aussage $\bigwedge\limits_x P(x)$ wird also als „Für alle Klassen x gilt $P(x)$“ interpretiert und nicht wie üblich als „Für alle Mengen x gilt $P(x)$“ (Zermelo-Fraenkelsche Mengenlehre, siehe z. B. Ebbinghaus (2003)[10] oder Schwichtenberg (1985)[11]) oder als „Für alle Individuen x gilt $P(x)$“ (siehe z. B. Quine (1940)[12] oder Glubrecht, Oberschelp, Todt (1983)[2]) .

Als Metatheorie setzt er eine Prädikatenlogik erster Stufe ohne Gleichheit voraus, mit deren Hilfe er die Axiome seiner Mengenlehre definieren kann. Die Symbole dieser Logik führt er ein. Auf modelltheoretische Aspekte geht er nur am Rande ein. Allerdings begründet er ausführlich, warum er auf eine Logik mit Gleichheit verzichtet und es vorzieht, die *Umfangsgleichheit* mit Hilfe der Teilmengenbeziehung zu definieren:

> $a = b \,:\Leftrightarrow\, \bigwedge\limits_y(y \in a \Leftrightarrow y \in b)\quad$ (S. 50)

Schmidt thematisiert jedoch nicht, dass es in einer Prädikatenlogik erster Stufe ohne Gleichheit unmöglich ist, *Mengen einer festen* endlichen Kardinalität oder auch nur endliche Mengen [auf Modellebene; Anm. W. Kowarschick] zu charakterisieren*. Dies ist eine direkte Konsequenz des Satzes von Löwenheim-Skolem (Güntzer et al. (1989), S. 3.4-18)[3].* In seinen Modellen kann es also immer abzählbar viele unterschiedliche Repräsentanten einer Menge geben, die alle umfangsgleich sind (z. B. $\{1, 2\} = \{2, 1\} = \{1, 2\} = \{1, 1, 2\} = \{1, 2, 2, 2, 2, 1, 2, 1\} \ldots$). Schmidt zeigt allerdings, dass in jeder einschlägigen prädikatenlogischen Aussage jede Menge durch eine beliebige umfangsgleiche Menge ersetzt werden kann, ohne dass dies Auswirkungen auf den Wahrheitswert der Aussage hätte (Leibnizsche Ersetzbarkeit).

Wie Güntzer et al. beweist Schmidt seine Aussage mit Hilfe einer elementaren Metalogik, deren Aussagen er teils formalisiert und teils in deutscher Sprache formuliert. Er setzt allerdings nicht die natürlichen Zahlen als gegeben voraus, sondern definiert diese mit Hilfe seiner Mengenlehre. Auf prädikatenlogische Aspekte geht er nur am Rande ein, so wie Güntzer et al. auf mengentheoretische Aspekte nur am Rande eingehen.

5.3 Die Klassenlogiken nach Glubrecht et al.

Glubrecht, Oberschelp und Todt definieren in ihrem fundmentalen Werk „Klassenlogik“[2] diverse Logiken. Sie fangen an mit der Prädiaktenlogik (erster Stufe) LP und erweitern diese schrittweise zur elementaren Logik LE, zur klassentheoretischen Logik LC und schließlich zur Ausdruckslogik LA. (Darüber hinaus definieren Sie noch ein paar weitere Logiken als Spezialfälle dieser Logiken.)

Bei der Definition der zugehörigen Metasprache gehen sie iterativ vor. Sie definieren zunächst anschaulich eine einfache Metasprache und verfeinern und formalisieren diese in zwei nachfolgenden Schritten deutlich.

Universum der Metatheorie von Glubrecht, Oberschelp und Todt

Auf den Seiten 30 und 31 legen sie die Eigenschaften der Metatheorie fest, die sie für die Formalisierung der Prädikatenlogik LP benötigen. Im Prinzip fordern sie, dass es in dieser Metatheorie genügend „Objekte“ gibt, die die Elemente der Prädikatenlogik repräsentieren können. Sie fordern, dass es spezielle Objekte gibt, „Individuen“ genannt, die in „Klassen“ zu zusammengefasst werden können. Klassen selbst können auch Individuen sein. Derartige Klassen werden als „Mengen“ bezeichnet.

Für ihre Metatheorie gibt es eine Metasprache. In dieser gibt es Variablen, wie z. B. x und M, sowie einen Elementoperator $\in$. Mit $x \in M$ drücken Glubrecht, Oberschelp und Todt aus, dass das Individuum x ein „Element“ der Klasse M ist. Variablen können indiziert werden, d. h., die natürlichen Zahlen zusammen mit den übliche Rechenoperationen werden als gegeben angesehen. Die Autoren legen rein informell fest, was unter den (endlichen) Klassen $\{x_1,\ldots,x_n\}$ und den (beliebig umfangreichen) Klassen $\{x|\ldots\}$ zu verstehen ist.

Neben den Klassen führen Glubrecht, Oberschelp und Todt auch „Relationen“ und „Funktionen“ informell ein, verlangen aber nicht, dass Funktionen besondere Relationen und Relationen besondere Klassen sind.

Die Bedeutung der Inklusionsbeziehung $\subseteq$, den Durchschnitt und die Vereinigung von Klassen ($\cap$ und $\cup$ sowie großen Durchschnitt $\bigcap$ und große Vereinigung $\bigcup$) setzen sie als bekannt voraus, ebenso die geordneten Paare ($< \,,\, >$) sowie das kartesische Produkt ($\times$). Zu guter Letzt setzen sie auch noch aussagenlogische Operatoren wie $\rightarrow$ und $\leftrightarrow$ sowie den Gleichheitsoperator $=$ als bekannt voraus. Die anschließend verwendete Metasprache ist eine Mischung aus dem zuvor informell definierten Symbolen und deutschen Sätzen. Dabei kommen auch noch ein paar weitere Konstrukte zum Einsatz, wie z. B. Folgen ($<x_i>_{i<\ldots}$), die zuvor nicht explizit erwähnt wurden.

Das heißt, um den darauffolgenden metatheoretischen Ausführungen der Autoren folgen zu können, muss man ein grundlegendes Verständnis von Aussagenlogik, Prädikatenlogik, Arithmethik und Klassentheorie haben. Es muss beispielsweise bekannt seint, dass die Unterscheidung zwischen Mengen und (echten) Klassen nötig ist, um Paradoxien wie die Russellsche Antinomie zu vermeiden. (Darüber hinaus benötigt man fundierte Kenntnisse in der Modelltheorie sowie in Ableitungskalkülen, die zur formalen Beschreibung der Semantik einer Logik eingesetzt werden.)

Nach Einführung der elementaren Logiksprache LE, in der unter anderem Klassen, Funktionen und Relationen formailisert wurden, weisen die Autoren auf S. 109 darauf hin, dass ab sofort die neuen Elemente, die in der formalen Sprache LE eingeführt wurden, auch Bestandteil der Metasprache sind, die allen darauffolgenden Betrachtungen zugrunde liegt.

Mit Hilfe der klassentheoretischen Logik LC, die im Anschluss an LE eingeführt wird, formalisieren Glubrecht, Oberschelp und Todt die natürlichen Zahlen, die Ordinalzahlen und die ZF-Mengenlehre, der die Axiomen von Ernst Zermelo und Abraham Fraenkel zugrunde liegen. Auf S. 201 erweitern sie Ihre Metatheorie abermals: Sie setzen ab sofort in der Metatheorie eine allgemeine ZF-Mengenlehre inhaltlich voraus. Insbesondere verwenden sie in dieser Metasprache auch die in der Objektsprache LC eingeführten Symbole. Im gesamten Werk werden Ausdrücke, Terme und Sätze der jeweiligen Metasprache von Ausdrücken, Termen und Sätzen der Objektsprache unterschieden, indem Letztere ganz konsequent in Anführungszeichen $\ulcorner$ und $\urcorner$ gesetzt werden.

Im Werk von Glubrecht, Oberschelp und Todt sieht man die iterative Methode wunderschön: Sowohl die Objektheorien (Logiksprachen), als auch die Metatheorie werden Schritt für Schritt erweitert. Gegenüber den anderen Autoren haben sie den Vorteil, dass sie sowohl Logik als auch Mengenlehre auf Objektebene formalisieren. Um dies zu erreichen, sind sie zu dem iterativen Vorgehen gezwungen. Andererseits setzen die Autoren schon fundierte Kenntnisse sowohl auf dem Gebiet der Logik als auch auf dem Gebiet der Mengenlehre, d. h. ein fundiertes **Metawissen** voraus.

6 Quellen

2. **Duden Band 5 (2001)**: Duden – Das Fremdwörterbuch; Band: 5; Auflage: 7; Verlag: Bibliographisches Institut & F.A. Brockhaus AG; Adresse: Mannheim; ISBN: 3411040572; 2001; Quellengüte: 5 (Buch)
4. **Glubrecht, Oberschelp, Todt (1983)**: Jürgen-Michael Glubrecht, Arnold Oberschelp und Günter Todt; Klassenlogik; Verlag: Bibliographisches Institut; Adresse: Mannheim, Wien, Zürich; ISBN: 3-411-01634-5, 978-3411016341; 1983; Quellengüte: 5 (Buch)
6. **Güntzer, Schmidt, Kempf, Möller (1989)**: Ulrich Güntzer, Gunther Schmidt, Michael Kempf und Bernhard Möller; Mathematische Logik; Band: TUM-I-8900; Hochschule: Technische Universität München; 1989; Quellengüte: 4 (Skript)
8. **Hermes (1976)**: Hans Hermes; Einführung in die mathematische Logik – Klassische Prädikatenlogik; Auflage: 4; Verlag: B. G. Teubner Verlag; Adresse: Stuttgart; ISBN: 3-519-12201-4; 1976; Quellengüte: 5 (Buch)
10. **Ebbinghaus (2003)**: Heinz-Dieter Ebbinghaus; Einführung in die Mengenlehre; Reihe: Hochschultaschenbuch; Auflage: 4; Verlag: Spektrum Akademischer Verlag; Adresse: Heidelberg, Berlin; ISBN: 3-8274-1411-3; 2003; Quellengüte: 5 (Buch)
12. **Schmidt (1966)**: Jürgen Schmidt; Mengenlehre – Grundbegriffe; Reihe: B.I.Hochschultaschenbücher; Band: 1; Nummer: 56; Verlag: Bibliographisches Institut AG; Adresse: Mannheim; ISBN: B0000BUJC6; 1966; Quellengüte: 5 (Buch)

14. **Savonarola (1542)**: Girolamo Savonarola; Dr. B. Bolzanos Wissenschaftslehre – Compendivm totivs philosophiae, tam naturalis, quam moralis. Opus de divisione ordine, ac utilitate omnium scientiarum, in poeticen apologeticum. Compendium logices.; Verlag: Venetijs apud Iuntas; Web-Link; 1542; Quellengüte: 5 (Buch), Liber Decimus, Nr. 18, S. 214 – 215 (PDF: S. 883 – 884)
16. **Morse (1965)**: Anthony Perry Morse; A Theory of Sets; Reihe: Pure and Applied Mathematics; Band: 18; Verlag: Academic Press; Adresse: New York, London; Web-Link; 1965; Quellengüte: 5 (Buch)
18. **Schmidt (1966)**: Jürgen Schmidt; Mengenlehre – Grundbegriffe; Reihe: B.I.Hochschultaschenbücher; Band: 1; Nummer: 56; Verlag: Bibliographisches Institut AG; Adresse: Mannheim; ISBN: B0000BUJC6; 1966; Quellengüte: 5 (Buch)
20. **Ebbinghaus (2003)**: Heinz-Dieter Ebbinghaus; Einführung in die Mengenlehre; Reihe: Hochschultaschenbuch; Auflage: 4; Verlag: Spektrum Akademischer Verlag; Adresse: Heidelberg, Berlin; ISBN: 3-8274-1411-3; 2003; Quellengüte: 5 (Buch)
22. **Schwichtenberg (1985)**: Helmut Schwichtenberg; Mengenlehre; Hochschule: Ludwig-Maximilians-Universität; Adresse: München; 1985; Quellengüte: 4 (Skript)
24. **Quine (1940)**: Willard Van Orman Quine; Mathematical Logic; Auflage: 1; Verlag: W. W. Norton & Company; Adresse: New York; 1940; Quellengüte: 5 (Buch)

7 Siehe auch

Metasprache
Wikipedia: Skeptische Tropen
Wikipedia: Münchhausen-Trilemma

Kategorie:
Logik