

# Normalverteilung

Wechseln zu: [Navigation](#), [Suche](#)

Dieser Artikel erfüllt die [GlossarWiki-Qualitätsanforderungen](#) **nur teilweise**:

**Korrektheit:** 3  
(zu größeren  
Teilen überprüft)

**Umfang:** 3  
(einige wichtige  
Fakten fehlen)

**Quellenangaben:** 4  
(fast vollständig  
vorhanden)

**Quellenarten:** 5  
(ausgezeichnet)

**Konformität:** 4  
(sehr gut)

## Inhaltsverzeichnis

- 1 Definition
- 2 Eigenschaften einer normalverteilten Zufallsgröße
- 3 Zusammenhang zwischen allgemeiner und standardisierter Normalverteilung
- 4 Tabellen
- 5 Quellen
- 6 Siehe auch

## 1 Definition

Eine **stetige Zufallsgröße**  $X = NV(\mu, \sigma^2)$  heißt **normalverteilt**, wenn ihre **Verteilungsfunktion** durch die **Dichtefunktion**  $f_X = f_{NV(\mu, \sigma^2)}$  mit

$$f_X(x) = f_{NV(\mu, \sigma^2)}(x) := \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

beschrieben werden kann.

$\mu$  und  $\sigma^2$  heißen Parameter der Verteilung. Sie müssen die in der Tabelle angegebenen Bedingungen erfüllen.

## 2 Eigenschaften einer normalverteilten Zufallsgröße

<b>Parameter</b>	$\mu \in ]-\infty, \infty[$ $\sigma \in ]0, \infty[$
<b>Dichtefunktion</b>	$f_X(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$
<b>Stetigkeit</b>	$f_X(x)$ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">ist stetig auf</span> $]-\infty, \infty[$
<b>Träger</b>	$f_X(x) \neq 0 \iff x \in ]a, b[$
<b>Verteilungsfunktion</b>	$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(t) dt$ ist nicht elementar darstellbar
<b>Modus</b>	$\operatorname{md}_X = \mu$
<b>Erwartungswert</b>	$\mu(X) = \mu$

<b>Median</b>	$F_X^{-1}(0,5) = \mu$
<b>Varianz</b>	$\operatorname{Var}(X) = \sigma^2$
<b>Standardabweichung</b>	$\sigma(X) = \sigma$

## 3 Zusammenhang zwischen allgemeiner und standardisierter Normalverteilung

In **Normalverteilung (standardisiert)** wird eine speziellere Dichtefunktion  $\phi := f_{\text{NV}(0,1)}$  definiert. Wie hängen die hier definierte allgemeine Form und die dort definierte spezielle Form zusammen?

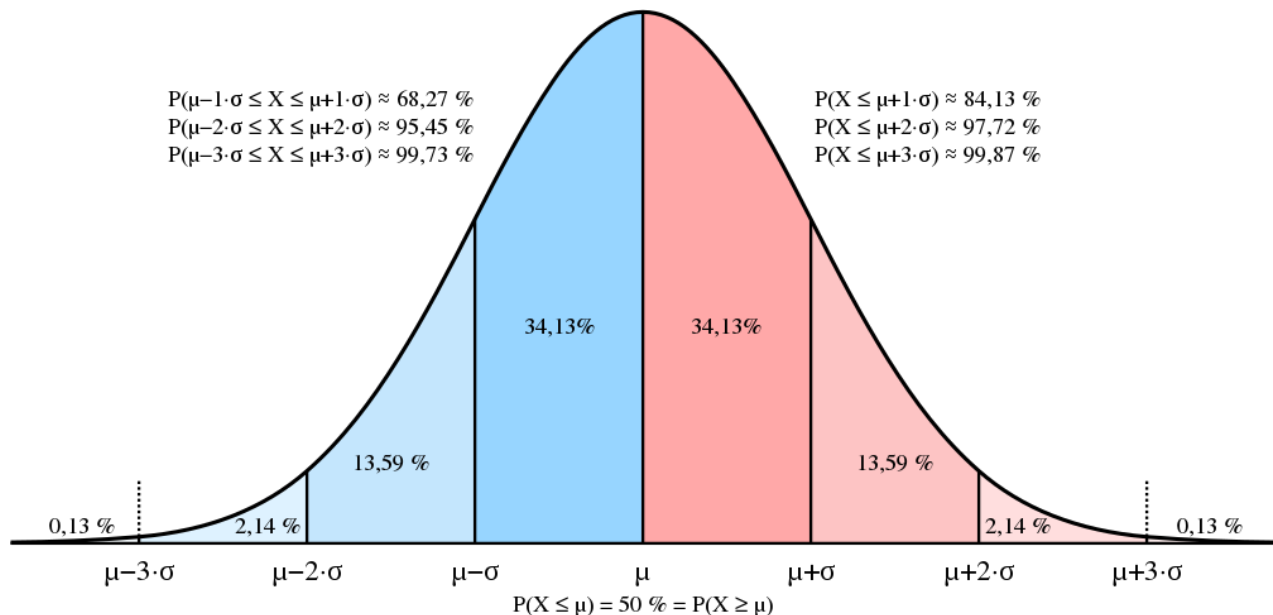
Zunächst sieht man anhand der Definitionen sofort, dass die Dichtefunktion der **standardisierten Normalverteilungen** auch eine spezielle Dichtefunktion einer allgemeinen Normalverteilungen ist.

Umgekehrt können alle Dichtefunktionen allgemeinen Normalverteilungen durch **Linear-Transformationen** aus der Dichtefunktionen der **standardisierten Normalverteilungen** erzeugt werden:

$$f_{\text{NV}(\mu, \sigma^2)} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2} = \frac{1}{\sigma} \cdot \phi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right).$$

(Beweis der zweiten Aussage)

## 4 Tabellen



Erwartete Anteile der Werte einer normalverteilten Zufallsvariablen innerhalb bzw. außerhalb der Streuintervalle  $[\mu - n\sigma, \mu + n\sigma]$

$n\sigma$	Prozent innerhalb	Prozent außerhalb	Anzahl Sechser	Münzwurf: n mal Kopf	Signifikanz
0,674 490 $\sigma$	50 %	50 %		1 Münze: 50 %	

0,994 458 $\sigma$	68 %	32 %			
1 $\sigma$	68,27 %	31,73 %		2 Münzen: 25 %	
1,281 552 $\sigma$	80 %	20 %	1 Sechser: 16,67 %	3 Münzen: 12,5 %	
1,644 854 $\sigma$	90 %	10 %		4 Münzen: 6,25 %	
1,959 964 $\sigma$	95 %	5 %		5 Münzen: 3,25 %	Medizin: signifikant
2 $\sigma$	95,45 %	4,55 %	2 Sechser: 2,77 %		
2,354 820 $\sigma$	98,17 %	1,85 %		6 Münzen: 1,56 %	
2,575 829 $\sigma$	99 %	1 %	3 Sechser: 0,46 %	7 Münzen: 0,78 %	Medizin: sehr signifikant
3 $\sigma$	99,73%	0,27 %		9 Münzen: 0,20 %	
3,290 527 $\sigma$	99,9 %	0,1 %	4 Sechser: 0,077 %	10 Münzen: 0,10 %	Medizin: hoch signifikant
3,890 592 $\sigma$	99,99 %	0,01 %	5 Sechser: 0,013 %	13 Münzen: 0,01 %	
4 $\sigma$	99,993 %	0,006 %		14 Münzen: 0,006 %	
4,417 173 $\sigma$	99,999 %	0,001 %	6 Sechser: 0,001 2 %	17 Münzen: 0,000 76 %	
4,891 638 $\sigma$	99,999 9 %	0,000 1 %	7 Sechser: 0,000 36 %	20 Münzen: 0,000 095 %	
5 $\sigma$	99,999 94 %	0,000 06 %	8 Sechser: 0,000 060 %	21 Münzen: 0,000 047 %	

5,326 724 $\sigma$	99,999 99 %	0,000 01 %	9 Sechser: 0,000 010 %	23 Münzen: 0,000 012 %	Lotto: 6 Richtige
5,730 729 $\sigma$	99,999 999 %	0,000 001 %	10 Sechser: 0,000 001 6 %	26 Münzen: 0,000 001 5 %	Lotto: 6 Richtige + Zusatzzahl
6 $\sigma$	99,999 999 8 %	0,000 000 2 %	11 Sechser: 0,000 000 28 %	29 Münzen: 0,000 000 19 %	Physik: Higgs-Boson (5,9 $\sigma$ ) <sup>[1]</sup>
6,109 410 $\sigma$	99,999 999 9 %	0,000 000 1 %	12 Sechser: 0,000 000 046 %	30 Münzen: 0,000 000 093 %	
6,466 951 $\sigma$	99,999 999 99 %	0,000 000 01 %	13 Sechser: 0,000 000 007 7 %	33 Münzen: 0,000 000 012 %	
6,806 502 $\sigma$	99,999 999 999 %	0,000 000 001 %	14 Sechser: 0,000 000 001 3 %	37 Münzen: 0,000 000 000 73 %	
7 $\sigma$	99,999 999 999 7 %	0,000 000 000 3 %	15 Sechser: 0,000 000 000 21 %	39 Münzen: 0,000 000 000 18 %	

Erwartete Anteile der Werte einer normalverteilten Zufallsvariablen außerhalb der Streuintervalle  $[\mu - n\sigma, \mu + n\sigma]$  in Prozent, Parts per Billion (ppb, zu Deutsch „Teile pro Milliarde“<sup>[2]</sup>) und als Bruchteil

$n\sigma$	Prozent innerhalb	Prozent außerhalb	ppb außerhalb	Bruchteil außerhalb
0,674 490 $\sigma$	50 %	50 %	500.000.000	1 / 2
0,994 458 $\sigma$	68 %	32 %	320.000.000	1 / 3,125
1 $\sigma$	68,268 949 2 %	31,731 050 8 %	317.310.508	1 / 3,151 4872
1,281 552 $\sigma$	80 %	20 %	200.000.000	1 / 5
1,644 854 $\sigma$	90 %	10 %	100.000.000	1 / 10

1,959 964 $\sigma$	95 %	5 %	50.000.000	1 / 20
2 $\sigma$	95,449 973 6 %	4,550 026 4 %	45.500.264	1 / 21,977 895
2,354 820 $\sigma$	98,146 832 2 %	1,853 167 8 %	18.531.678	1 / 54
2,575 829 $\sigma$	99 %	1 %	10.000.000	1 / 100
3 $\sigma$	99,730 020 4 %	0,269 979 6 %	2.699.796	1 / 370,398
3,290 527 $\sigma$	99,9 %	0,1 %	1.000.000	1 / 1.000
3,890 592 $\sigma$	99,99 %	0,01 %	100.000	1 / 10.000
4 $\sigma$	99,993 666 %	0,006 334 %	63.340	1 / 15.787
4,417 173 $\sigma$	99,999 %	0,001 %	10.000	1 / 100.000
4,891 638 $\sigma$	99,9999 %	0,0001 %	1.000	1 / 1.000.000
5 $\sigma$	99,999 942 669 7 %	0,000 057 330 3 %	573,330 3	1 / 1.744.278
5,326 724 $\sigma$	99,999 99 %	0,000 01 %	100	1 / 10.000.000
5,730 729 $\sigma$	99,999 999 %	0,000 001 %	10	1 / 100.000.000
6 $\sigma$	99,999 999 802 7 %	0,000 000 197 3 %	1,973	1 / 506.797.346
6,109 410 $\sigma$	99,999 999 9 %	0,000 000 1 %	1	1 / 1.000.000.000
6,466 951 $\sigma$	99,999 999 99 %	0,000 000 01 %	0,1	1 / 10.000.000.000
6,806 502 $\sigma$	99,999 999 999 %	0,000 000 001 %	0,01	1 / 100.000.000.000
7 $\sigma$	99,999 999 999 744 %	0,000 000 000 256 %	0,002 56	1 / 390.682.215.445

## 5 Quellen

1. CMS collaboration: Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. In: Physics Letters B. 716, Nr. 1, 2012, S. 30-61. arxiv:1207.7235.

doi:10.1016/j.physletb.2012.08.021

2. [Wikipedia:Normalverteilung](#)
2. **Kowarschick (PM)**: [Wolfgang Kowarschick](#); Vorlesung „Projektmanagement“; Hochschule: [Hochschule Augsburg](#); Adresse: [Augsburg](#); [Web-Link](#); 2014; [Quellengüte](#): 3 (Vorlesung)
3. **Rinne (2003)**: [Horst Rinne](#); Taschenbuch der Statistik; Auflage: 3; Verlag: [Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch](#); Adresse: [Frankfurt am Main](#); ISBN: 3817116950; 2003; [Quellengüte](#): 5 (Buch)
4. [WikipediaEn: Normal distribution](#)
5. [Statwiki HU Berlin: Normalverteilung](#)

## 6 Siehe auch

---

1. [Brighton Webs Ltd.: Normal Distribution](#)
2. [Dreiecksverteilung](#)
3. [Beta-Verteilung](#)

Kategorien:

[Mathematische Definition](#)

[Stetige Wahrscheinlichkeitsverteilung](#)

[Projektmanagement](#)

Diese Seite wurde zuletzt am 18. März 2019 um 18:17 Uhr bearbeitet.

Inhalt verfügbar unter [CC BY-NC-SA 4.0](#), falls Dokument nach dem 5. 3. 2011 erstellt wurde, sonst [CC BY-SA DE 3.0](#).

