Relation

Wechseln zu:Navigation, Suche

Dieser Artikel erfüllt die GlossarWiki-Qualitätsanforderungen **nur teilweise**:

Korrektheit: 3 (zu größeren Teilen überprüft)	**Umfang**: 3 (einige wichtige Fakten fehlen)	**Quellenangaben**: 2 (wichtige Quellen fehlen)	**Quellenarten**: 5 (ausgezeichnet)	**Konformität**: 5 (ausgezeichnet)

Inhaltsverzeichnis

1 Definition (Kowarschick (2019))

Eine Relation ist eine „Sammlung“ (Menge, Multimenge, Liste) von strukturell gleichartigen Tupeln. Jedes Tupel besteht dabei aus einer Menge von Attributen, d. h. aus einer Menge von Attributbezeichner/-wert-Paaren. Die möglichen Attributwerte können dabei mit Hilfe von so genannten Domänen beschränkt werden.

1.1 Übersicht

Relationen sind „Sammlungen“ von Tupeln. Folgende Containerarten werden i. Allg. zur Speicherung von deratrigen Sammlungen eingesetzt:

Containerart	Beispiel	Eigenschaften
Menge	`{2, 4, 6}` [math]=[/math] `{2, 6, 4, 2}`	• ungeordnet • duplikatfrei
Multimenge	`{2, 4, 6}⁺` [math]\not=[/math] `{2, 6, 4, 2}⁺` [math]=[/math] `{2, 2, 4, 6}⁺` [math]=[/math] `{2⁽²⁾, 4⁽¹⁾, 6⁽¹⁾}`	• ungeordnet • Duplikate sind möglich
Liste	`(2, 4, 6)` [math]\not=[/math] `(2, 6, 4, 2)` [math]\not=[/math] `(2, 2, 4, 6)`	• geordnet • Duplikate sind möglich

Da jede Tupelart mit jeder Containerart kombiniert werden kann, gibt es (mindestens) neun Arten von Relationen. Die Tabellendarstellung ist für jede dieser Arten geeignet:

name	sex
'Anton'	'm'
'Berta'	'w'
'Anton'	'm'

- Spalten repräsentieren Attribute.
- Die Reihenfolge der Spalten legt die Position der Attribute fest;
diese muss aber nicht beachtet werden.
- Die Spalten können Namen erhalten, um benannte Attribute zu realisieren.
- Zeilen repäsentieren Tupel.
- Zeilen haben ein Reihenfolge, die aber nicht beachtet werden muss.
- Zeilen können mehrfach vorkommen, d. h., es ist möglich, Duplikate darzustellen.

Für eine Relation wird üblicherweise ein Tupelschema festgelgt, das die Menge aller erlaubten Tupel einschränkt. Anstelle von Tupelschema spricht man im Zusammenhang mit Relationen von **Relationsschema**.

1.1.1 Relationen auf Basis von Mengen: Beispiele

	Menge von Positionstupeln
Relationsschema	`(String, {'w','m','x'})` `{1: String, 2: {'w','m','x'}}`
Relation	`{('Anton', 'm'), ('Berta', 'w')}` `{{1: 'Anton', 2: 'm'}, {2: 'w', 1: 'Berta'}}`

	Menge von Attributtupeln
Relationsschema	`{name: String, sex: {'w','m','x'}}`
Relation	`{{name: 'Anton', sex: 'm'}, {sex: 'w', name: 'Berta'}}`

	Menge von Positionsattributtupeln
Relationsschema	`{1/name: String, 2/sex: {'w','m','x'}}` `(name: String, sex: {'w','m','x'})`
Relation	`{{1/name: 'Anton', 2/sex: 'm'}, {2/sex: 'w', 1/name: 'Berta'}}` `{(name: 'Anton', sex: 'm'), (sex: 'w', name: 'Berta')}`

1.1.2 Relationen auf Basis von Multimengen: Beispiele

	Multimenge von Positionstupeln
Relationsschema	`(String, {'w','m','x'})`
Relation	`{('Anton', 'm')⁽²⁾, ('Berta', 'w')⁽¹⁾}`

	Multimenge von Attributtupeln
Relationsschema	`{name: String, sex: {'w','m','x'}}`

Relation

```
{{name: 'Anton', sex: 'm'},
 {sex: 'w', name: 'Berta'},
 {sex: 'm', name: 'Anton'}
}⁺
```

```
{{name: 'Anton', sex: 'm'}⁽²⁾, {sex: 'w', name: 'Berta'}⁽¹⁾}
```

Multimenge von Positionsattributtupeln

Relationsschema

```
{1/name: String, 2/sex: {'w','m','x'}}
```

```
(name: String, sex: {'w','m','x'})
```

Relation

```
{{1/name: 'Anton', 2/sex: 'm'},
 {2/sex: 'w', 1/name: 'Berta'},
 {2/sex: 'm', 1/name: 'Anton'}
}⁺
```

```
{(name: 'Anton', sex: 'm')⁽²⁾, (name: 'Berta', sex: 'w')⁽¹⁾}
```

1.1.3 Relationen auf Basis von Listen: Beispiele

Liste von Positionstupeln

Relationsschema

```
(String, {'w','m','x'})
```

Relation

```
(('Anton', 'm'), ('Berta', 'w'))
```

Liste von Attributtupeln

Relationsschema

```
{name: String, sex: {'w','m','x'}}
```

Relation

```
({name: 'Anton', sex: 'm'},
 {sex: 'w', name: 'Berta'},
 {sex: 'm', name: 'Anton'}
)
```

Liste von Positionsattributtupeln

Relationsschema

```
{1/name: String, 2/sex: {'w','m','x'}}
```

```
(name: String, sex: {'w','m','x'})
```

Relation

```
({1/name: 'Anton', 2/sex: 'm'},
 {2/sex: 'w', 1/name: 'Berta'},
 {2/sex: 'm', 1/name: 'Anton'}
)
```

```
((name: 'Anton', sex: 'm'),
 (name: 'Berta', sex: 'w'),
 (name: 'Anton', sex: 'm')
)
```

1.2 Formale Definition

1.2.1 Tupel

Es seien [math]a_1, \ldots, a_n[/math] ([math]n \ge 0[/math]) *paarweise verschiedene* Attributnamen ([math]a_i \ne a_j[/math] für [math]i \ne j[/math] sowie [math]a_i \not\in\mathbb N[/math]). [math]D_1, \ldots, D_n[/math] seien zugehörige Domänen.

1.2.2 Positionstupel

Relationsschema für Positionstupel

Ein Tupel von Domänen [math]R = (D_1, \ldots, D_n)[/math] heißt **Relationsschema für Positionstupel**.

Die Menge aller Positionstupel zum Relationsschema [math]R[/math]

Die kartesische Produkt der Domänen

[math]T(R) := T(D_1, \ldots, D_n) := {\Large □}_{i=1}^nD_i = D_1 \times \ldots \times D_n[/math]

enthält alle **Positionstupel** der Art [math](v_1, \ldots, v_n)[/math], wobei [math]v_i \in D_i[/math].

Attributzugriff und Attributwert
Mittels [math]t(i) = t_i[/math] greift man auf das [math]i[/math]-te Element, d. h. den **Attributwert** [math]v_i[/math] eines zugehörigen Tupels [math]t = (v_1, \ldots, v_n)[/math] zu.

1.2.3 Attributtupel

Relationsschema für Attributtupel
Die Menge [math]R = \{(a_1, D_1), \ldots, (a_n, D_n)\} = \{a_1: D_1, \ldots, a_n: D_n\}[/math] von Attributdefinitionen heißt **Relationsschema für Attributtupel**.

Die Menge aller Attributtupel zum Relationsschema [math]R[/math]
Die Menge [math]T(R)[/math] enthält alle **Attributtupel** der Art [math]\{(a_1, v_1), \ldots, (a_n, v_n)\} = \{a_1: v_1, \ldots, a_n: v_n\}[/math], wobei [math]v_i \in D_i[/math]. Man beachte, dass es bei einem derartigen Tupel nicht auf die Reihenfolge der Attribute ankommt, da ein Attributtupel eine **Menge** von Paaren ist.

Attributzugriff und Attributwert
Mittels [math]t(a_i) = t.a_i = \bigcap\{v | (a_i, v) \in t \}[/math] greift man auf den **Attributwert** [math]v_i[/math] des Attributs [math]a_i[/math] eines zugehörigen Tupels [math]t = \{(a_1, v_1), \ldots, (a_n, v_n)\} = \{a_1: v_1, \ldots, a_n: v_n\}[/math] zu.

1.2.4 Positionsattributtupel

Man kann die Begriffe **Attributtupel** und **Positionstupel** zusammenführen: In einem **Positionsattributtupel** hat jedes Attribut sowohl eine Position als auch einen Namen.
Voraussetzung: [math]a_i \not\in \mathbb N[/math].

Relationsschema für Positionsattributtupel
Die Menge [math]R = \{(a_1, 1, D_1), \ldots, (a_n, n, D_n)\} = \{a_1/1 : D_1, \ldots, a_n/n : D_n\}[/math] von Attributdefinitionen mit zusätzlichen Positionsangaben heißt **Relationsschema für Positionsattributtupel**.

Die Menge aller Positionsattributtupel zum Relationsschema [math]R[/math]
Die Menge [math]T(R)[/math] enthält alle **Attributtupel** der Art [math]\{(a_1, 1, v_1), \ldots, (a_n, 2, v_n)\} = \{a_1/1 : v_1, \ldots, a_n/n : v_n\}[/math], wobei [math]v_i \in D_i[/math]. Man beachte, dass es bei einem derartigen Tupel nicht auf die Reihenfolge der Attribute ankommt, da ein Attributtupel eine **Menge** von Paaren ist. Allerdings hat jedes Attribut eine Position, so dass es durchaus Sinn macht vom [math]i[/math]-ten Attribut zu sprechen.

Attributzugriff und Attributwert
Mittels [math]t(a_i) = t.a_i = \bigcap\{v | \bigwedge j : (a_i, j, v) \in t \}[/math] greift man auf den **Attributwert** [math]v_i[/math] des Attributs [math]a_i[/math] eines zugehörigen Tupels [math]t[/math] zu. Und mittels [math]t(i) = t_i = \bigcap\{v | \bigwedge a : (a, i, v) \in t \}[/math] greift man auf das [math]i[/math]-te Element von [math]t = \{a_1/1 : v_1, \ldots, a_n/n : v_n\}[/math] zu.

1.3 Relationen

1.3.1 Relationen zu einem Relationsschema für Positionstupel

Eine Teilmenge [math]r(D_1,\dots ,D_n) := r(R)[/math] von [math]T(R)[/math] heißt **Relation zum Relationsschema [math]R[/math]'**. [math]r(R)[/math] enthält ausschließlich Positionstupel [math]t[/math] mit genau [math]n[/math] Attributen [math]t_i[/math], für die [math]t_i \in D_i[/math] gilt.

Spezialfälle
Die leere Menge [math]\{\}[/math], die überhaupt keine Tupel enthält, ist eine Relation zum Relationsschema [math]R[/math]**.** Die Menge [math]\{()\}[/math], die nur das leere Positionsupel enthält, ist eine Relationzum leeren Relationsschema [math]()[/math]. Bis auf die leere Menge gibt es keine weitere Relation zu diesem Relationsschema genügt.

1.3.2 Relationen zu einem Relationsschema für Attributtupel

Eine Teilmenge [math]r(a_1: D_1, \ldots, a_n: D_n) := r(R)[/math] von [math]T(R)[/math] heißt **Relation, die dem Relationsschema [math]R[/math] genügt**. [math]r(R)[/math] enthält ausschließlich Attributtupel [math]t[/math] mit genau [math]n[/math] Attributen [math]t.a_i[/math], für die [math]t.a_i \in D_i[/math] gilt.

Spezialfälle:

- Die leere Menge [math]\{\}[/math], die überhaupt keine Tupel enthält, ist eine Relation, die jedem Relationsschema genügt.
- Die Menge [math]\{\{\}\}[/math], die nur das leere Attributtupel enthält, ist eine Relation, die dem leeren Relationsschema [math]\{\}[/math] genügt. Bis auf die leere Menge gibt es keine weitere Relation, die diesem Relationsschema genügt.

Die Tupelmenge [math]T(D_1, \ldots, D_n)[/math] kann mit der Tupelmenge [math]T(1: D_1, \ldots, n: D_n)[/math] identifiziert werden (d. h., die zugehörigen Tupel können bijektiv aufeinander abgebieldet werden). Ebenso kann ein Relation [math]r(D_1, \ldots, D_n)[/math] mit einer Relation [math]r(1: D_1, \ldots, n:D_n)[/math] identifiziert werden.

1.3.3 Relationen zu einem Relationsschema für Positionsattributstupel

Eine Teilmenge [math]r(a_1/1: D_1, \ldots, a_n/n: D_n) := r(R)[/math] von [math]T(R)[/math] heißt **Relation, die dem Relationsschema [math]R[/math] genügt**. [math]r(R)[/math] enthält ausschließlich Attributtupel [math]t[/math] mit genau [math]n[/math] Attributen [math]t.a_i[/math] bzw. [math]t_i[/math], für die [math]t.a_i \in D_i[/math] bzw. [math]t_i \in D_i[/math] gilt.

Spezialfälle:

Die leere Menge [math]\{\}[/math], die überhaupt keine Tupel enthält, ist eine Relation, die jedem Relationsschema genügt.
Die Menge [math]\{\{\}\}[/math], die nur das leere Positionsattributtupel enthält, ist eine Relation, die dem leeren Relationsschema [math]\{\}[/math] genügt. Bis auf die leere Menge gibt es keine weitere Relation, die diesem Relationsschema genügt.

Jede Relation mit Schema [math]T(a_1/1: D_1, \ldots, a_n/n: D_n)[/math] kann auch als Relation mit Schema [math]T(a_1: D_1, \ldots, a_n: D_n)[/math] bzw. mit Schema [math]T(D_1, \ldots, D_n)[/math] aufgefasst werden.

1.3.4 Klasse aller Relationen

[math]\mathcal R[/math] sei die Klasse aller Relationen, die einem Relationsschema für Positionsattributtupel genügen. Die Potenzmenge einer der zuvor definierten Attributpositionstupelmengen ist stets eine Teilmenge von [math]\mathcal R[/math]:

> [math]\mathscr{P}(T(a_1/1: D_1, \ldots, a_n/n: D_n)) \subset \mathcal R[/math]

2 Definition (Aristoteles)

TBD: Methaphysik II VI 5. Quantität, Qualität, Relation, S. 304 – 308

3 Definition (Brockhaus (1992))[1]

> Logik und Mathematik*: jede Aussageform, die eine Beziehung zw. bestimmten Dingen, Sachverhalten, Größe, Zahlen, u. a., den* ***Relata****, widerspiegelt. Je nach Anzahl der in Beziehung zueinander stehenden Relata bzw. Variablen liegt eine zwei-, drei- oder mehrstellige Relation vor.*

4 Definition (De Morgan (1858)[2])

De Morgan (1858), S. 203

> *When two objects, qualities, classes, or attributes, viewed together by the mind, are seen under some connexion, that connexion is called a relation.*

Übersetzung (von W. Kowarschick):

> *Sobald zwei Objekte, Eigenschaften, Klassen oder Attribute, verstandesgemäß zusammengehörend, in einer Beziehung gesehen werden, wird diese Beziehung Relation genannt.*

5 Definition (Peirce (1870)[3])

Elementary Relatives.

By an elementary relative I mean one which signifies a relation which exists only between mutually exclusive pairs (or in the case of a conjugative term, triplets, or quartettes, etc.) of individuals, or else between pairs of classes in such a way that every individual of one class of the pair is in that relation to every individual of the other. If we suppose that in every school, every teacher teaches every pupil (a supposition which I shall tacitly make whenever in this paper I speak of a school), then *pupil* is an elementary relative. That every relative may be conceived of as a logical sum of elementary relatives is plain, from the fact that if a relation is sufficiently determined it can exist only between two individuals. Thus, a *father* is either father in the first ten years of the Christian era, or father in the second ten years, in the third ten years, in the first ten years, B. C., in the second ten years, or the third ten years, etc. Any one of these species of father is father for the first time or father for the second time, etc. Now such a relative as "father for the third time in the second decade of our era, of —" signifies a relation which can exist only between mutually exclusive pairs of individuals, and is therefore an elementary relative; and so the relative *father* may be resolved into a logical sum of elementary relatives.

The conception of a relative as resolvable into elementary relatives has the same sort of utility as the conception of a relative as resolvable into infinitesimals or of any term as resolvable into individuals.

Peirce (1870), S. 359

Der Mathematiker und Philosoph Charles Sanders Peirce setzt die Begriffe „Paar", „Triplett" und „Quartett" als bekannt voraus. Er definiert darauf aufbauend den Begriff "**elementary relative**" („Beziehungsbeteiligter"):

> *By an elymentary relative I mean one which signifies a relation which exists only between mutually exclusive pairs or in the case of a conjunctive term, triplets, or quartettes, etc.) of individuals, or else between pairs of classes in such a way that every individual of one class of pairs is in that relation to every individual of the other. (Peirce (1870), S. 359[3])*

Übersetzung (von W. Kowarschick):

> *Als elementaren Beziehungsbeteiligten sehe ich einen an, der eine Beziehung kennzeichnet, die [entweder] nur zwischen sich gegenseitig ausschließenden Paaren (oder – im Falle eines zusammengesetzten Terms – Tripletts, Quartetts etc.) von Individuen besteht oder zwischen Paaren von Klassen in einer derartigen Weise, dass jedes Individuum einer Klasse des Paares in dieser Beziehung zu jedem Individuum des anderen steht.*

Aufbauend auf dem Begriff "elementary relative" (elementarer Beziehungsbeteiligter) beschreibt Peirce als einer der ersten, wenn nicht als erster eine Relation als Klasse von Paaren:

> *That every relative may be conceived as a logical sum of elementary relatives is plain from the fact that if a relation is sufficiently determined it can exist only between two individuals. ... The conception of a relative as resolvable into elementary relatives has the same sort of utility as the conception of a relative as resolvable into infinitesimals or of any term as resolvable into individuals.(S. 359[3])*

Übersetzung (von W. Kowarschick):

> *Dass jede Relation [hier erlaube ich mir, "relative" als „Relation" zu übersetzen; WK] als logische Summe von elementaren Beziehungsbeteiligten angesehen werden kann, folgt aus der Tatsache, dass, wenn eine Beziehung ["relation" übersetze ich dagegen mit „Beziehung"; WK] hinreichend betimmt ist, sie nur zwischen zwei Individuen existieren kann. ... Die Auffassung, dass eine Relation in elementare Beziehungsbeteiligungen aufgelöst werden kann, ist genauso nützlich, wie die Auffassung, dass eine Relation in Infinitesimale aufgelöst werden kann oder jeder Term in Individuen.*

5.1 Anmerkungen zur Definition von Peirce

Interessanterweise erwähnt Peirce im Anschluss an seine Definition, dass eine Relation in Infinitesimale aufgelöst werden kann. Dies ist auch heute noch die übliche Vorstellung bei der Infinitesimalrechnung, bei der allerdings i. Allg. nur Funktionen betrachtet werden. Das heißt, er wusste vermutlich bereits, dass Funktionen (spezielle) Relationen sind.

An Perices Defintionen fällt auf, dass "elementary relative" für ihn zunächst einmal folgende Bedeutung hat: „Individum, das eine bestimmte Beziehung zu anderen Individuen hat". Er definiert aber gleichzeitig auch, dass eine Beziehung (relation) das kartesische Produkt von zwei (oder mehr) Klassen bestimmt.

Dies sind die beiden wesentlichen Elemente zur Definition von Relationen.

Der Begriff "relative" bedeutet eigentlich „Verwandter", kann aber auch „ein Ding, das eine Beziehung zu oder eine Verbindung mit oder eine zwangsläufige Abhängigkeit von einem anderen Ding hat" bedeuten (Merriam-Webster: „a thing having a relation to or connection with or necessary dependence on another thing"). Peirce verwendet den Begriff im zweiten Sinn.

> *The second class embraces terms whose logical form involves the conception of relation, and which require the addition of another term to complete the denotation. ... They regard an object as over against another, that is as relative ; as father of, lover of, or servant of. These are* simple relative terms*. (Peirce (1870), S. 332*[3]*)*

Übersetzung (von Wolfgang Kowarschick, wobei "relative" mit „Beziehungsbeteiligter" übersetzt wird):

> *Die zweite Klasse umfasst Terme, deren logische Form das Konzept von* Beziehung *zur Folge hat und die das Hinzufügen eines anderen Terms erfordern, um die Bedeutung zu vervollständigen. ... Sie fassen ein Objekt als Gegenpart eines anderen auf, dies ist ein Beziehungsbeteiligter ; als* Vater von, Liebhaber von *oder* Diener von*. Dies sind* einfache Beziehungsterme*.*

6 Frege (1903)[4]

TO BE DONE

7 Quellen

Brockhaus (1992, RAD-RÜS): Brockhaus-Enzyklopädie: Band 18, RAS-RÜS; Auflage: 19; Verlag: F.A. Brockhaus GmbH; Adresse: Mannheim; ISBN: 3-7653-1118-9; 1992; Quellengüte: 5 (Buch)

De Morgan (1858): Augustus De Morgan; On the Syllogism, No. III, and on Logic in general; Transactions of the Cambridge Philosophical Society; Hrsg.: Cambridge Philosophical Society; Band: 10; Seite(n): 173 – 230; Verlag: Cambridge University Press; Web-Link; 1858; Quellengüte: 5 (Sammelband), S. 203

Peirce (1870): Charles Sanders Peirce; Description of a Notation for the Logic of Relatives, Resulting from an Amplification of the Conceptions of Boole's Calculus of Logic; in: Memoirs of the American Academy of Arts and Sciences; Band: 9; Seite(n): 317–378; Verlag: University of Calgary Press; Web-Link 0, Web-Link 1, Web-Link 2, Web-Link 3; 1870; Quellengüte: 5 (Artikel)

Frege (1903): Gottlob Frege; Grundgesetze der Arithmetik; Band: II; Verlag: Verlag Hermann Pohle; Adresse: Jena; Web-Link 0, Web-Link 1; 1903; Quellengüte: 5 (Buch)

Kategorien:
- Mengenlehre
- Datenmanagement
- Glossar

Diese Seite wurde zuletzt am 3. August 2019 um 16:33 Uhr bearbeitet.