Satz:Aus der Existenz zweier Projektionsoperatoren für geordnete Paare folgt das Paaraxiom

Wechseln zu:Navigation, Suche

1 Satz: Existenz des Paaraxioms

Wenn zwei Projektionsoperatoren π_1 und π_2 existieren, die für alle Elemente a und b die Bedingungen

$\pi_1([a,b]) = a$

$\pi_2([a,b]) = b$

erfüllen, dann ist auch das Paaraxiom

$\bigwedge a,b: [a,b] = [c,d] \leftrightarrow a=c \wedge b=d $

erfüllt.

1.1 Anmerkung

Dieser Satz ist die Umkehrung des Satzes „Existenz und Eindeutigkeit der Projektionsoperatoren“. Außerdem folgt aus dem Eindeutigkeitssatz sofort, dass zwei Projektionsfunktionen identisch sind, sofern sie überhaupt existieren.

1.2 Beweis

Wenn $[a,b] = [c,d]$, dann ist auch $a = \pi_1([a,b]) = \pi_1([c,d]) = c$ und $b = \pi_2([a,b]) = \pi_2([c,d]) = d$.

Die Rückrichtung Paaraxioms gilt trivialerweise wegen des „Prinzips von der Identität des Ununterscheidbaren“.